

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

#### תכנית ניסוי

(שאלון ראשון לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
- פרק ראשון – אלגברה והסתברות –  $16 \frac{2}{3} \times 2$  – 33  $\frac{1}{3}$  נקודות
- פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור –  $16 \frac{2}{3} \times 2$  – 33  $\frac{1}{3}$  נקודות
- פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי –  $16 \frac{2}{3} \times 2$  – 33  $\frac{1}{3}$  נקודות
- סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**בהצלחה!**

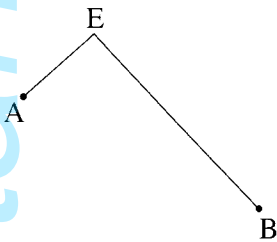
## ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון – אלגברה והסתברות** (33 $\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה –  $16\frac{2}{3}$  נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. רוכב אופניים רכב מעיר A לעיר B.

במסלול שבין שתי הערים יש תחילה עלייה

ואחר כך ירידה (ראה ציור).

מהירות הרוכב בירידה היא קבועה, וגדולה ב- 10 קמ"ש

ממהירותו בעלייה.

הרוכב עבר את הדרך מ-A ל-B ב- 4.5 שעות, ואת הדרך מ-B ל-A עבר ב- 6 שעות.

מהירות הרוכב בעלייה שברך מ-A ל-B שווה למהירות הרוכב בעלייה

שברך מ-B ל-A, וגם מהירות הרוכב בירידה בכל אחת מהדרכים היא אותה מהירות.

אורך המסלול בין שתי הערים הוא 70 ק"מ.

א. מצא את מהירות הרוכב בעלייה.

ב. מצא את אורך המסלול מ-E ל-B.

2.  $a_n$  ו-  $a_k$  הם שני איברים בסדרה חשבונית במקום ה-  $n$  ובמקום ה-  $k$  בהתאמה.

הפרש הסדרה הוא  $d$ , והאיבר הראשון בסדרה הוא  $a_1 = md$ ,

$m$  – מספר טבעי,  $d \neq 0$ .

א. (1) הראה כי מתקיים  $a_n + a_k = a_1 + d(n + k + m - 2)$

(2) הבע באמצעות  $n$ ,  $k$  ו-  $m$  את המקום בסדרה של איבר השווה לסכום של

שני האיברים  $a_n$  ו-  $a_k$ .

ב. (1) הבע באמצעות  $a_1$ ,  $d$  ו-  $m$  את הסכום  $a_{34} + a_{65}$ .

(2) נתון:  $a_{34} + a_{65} = a_{109}$ ,

סכום 79 האיברים הראשונים בסדרה הוא 7900.

מצא את  $d$  ואת  $a_1$ .

3. ברשותנו שתי קוביות משחק הנראות זהות. קובייה אחת מאוזנת והאחרת לא-מאוזנת.

בהטלת הקובייה המאוזנת ההסתברות לקבל אחד מהמספרים הרשומים על פאות

הקובייה היא אותה הסתברות עבור כל אחד מהמספרים.

בהטלת הקובייה הלא-מאוזנת ההסתברות לקבל את המספר שש היא  $\frac{1}{3}$ .

א. (1) זורקים 3 פעמים את הקובייה המאוזנת.

מהי ההסתברות לקבל בדיוק 2 פעמים את המספר שש?

(2) זורקים 3 פעמים את הקובייה הלא-מאוזנת.

מהי ההסתברות לקבל בדיוק 2 פעמים את המספר שש?

ב. בוחרים באקראי אחת משתי הקוביות, וזורקים 3 פעמים את הקובייה שבחרים.

(1) מהי ההסתברות לקבל בדיוק 2 פעמים את המספר שש?

(2) ידוע כי המספר שש התקבל בדיוק 2 פעמים.

מהי ההסתברות שנבחרה הקובייה הלא-מאוזנת?

ג. זורקים  $n$  פעמים את הקובייה הלא-מאוזנת.

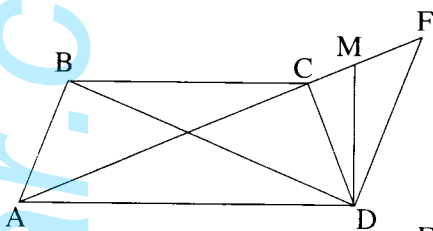
הבע באמצעות  $n$  את ההסתברות לקבל לפחות פעם אחת את המספר שש.

/המשך בעמוד 4/

**פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור** (33  $\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה –  $16\frac{2}{3}$  נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



4. נתון טרפז שווה-שוקיים ABCD ( $BC \parallel AD$ ).

דרך הקדקוד D העבירו אנך ל-AD

וישר המקביל לשוק AB.

האנך חותך את המשך האלכסון AC בנקודה M,

והישר המקביל חותך את המשך האלכסון בנקודה F.

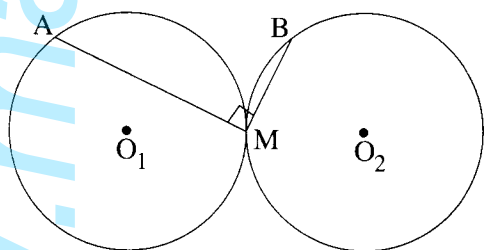
(ראה ציור).

נסמן:  $\angle BAC = \alpha$ ,  $\angle CAD = \beta$ .

א. הוכח כי  $\triangle ABC \sim \triangle FDA$ .

ב. הוכח כי  $\angle CDM = \angle MDF$ .

ג. הוכח כי  $\frac{AC}{AF} = \frac{MC}{MF}$ .



5. שני מעגלים, שיש להם אותו רדיוס R,

משיקים זה לזה בנקודה M.

מעבירים מיתר MB במעגל

שמרכזו  $O_2$ ,

ומיתר MA במעגל שמרכזו  $O_1$

כך ש-  $\angle AMB = 90^\circ$  (ראה ציור).

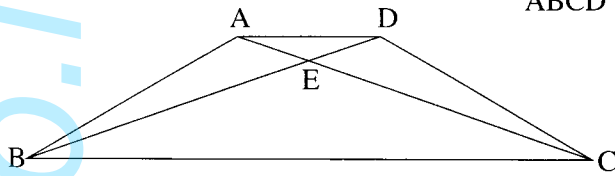
א. (1) נמק מדוע  $\angle O_1MO_2 = 180^\circ$ .

(2) הוכח כי  $AO_1 \parallel BO_2$ .

ב. במשולש AMB העבירו תיכון לצלע AB.

הבע באמצעות R את אורך התיכון. נמק.

6. בציר שלפניך טרפז שווה-שוקיים ABCD



(  $AD \parallel BC$  )

נתון:  $\angle CAD = \alpha$

$\angle BDC = \beta$

א. הוכח כי היחס בין שטח המשולש AED לשטח המשולש BEC

$$\frac{S_{\Delta AED}}{S_{\Delta BEC}} = \frac{\sin^2(2\alpha + \beta)}{\sin^2\beta} \quad \text{הוא}$$

ב. נתון גם:  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\sqrt{\frac{S_{\Delta AED}}{S_{\Delta BEC}}} = \frac{1}{4}$

מצא את  $\beta$ .

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,**

**של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות**

**ושל פונקציות טריגונומטריות** (33 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה – 16  $\frac{2}{3}$  נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2 + 6x + 12}{x^2 - 6x + 9}$

א. (1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המקבילות לצירים.

(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

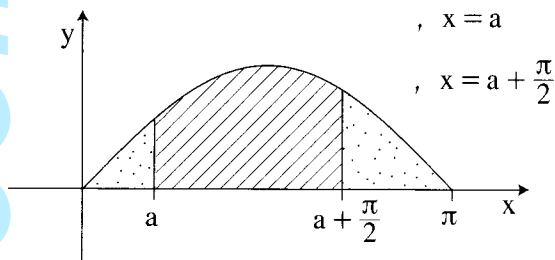
(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ב. (1) מצא את האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  המקבילות לצירים.

(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ . נמק.

8. נתונה הפונקציה  $f(x) = \sin x$  בתחום  $0 \leq x \leq \pi$  (ראה ציור).



מעבירים שני ישרים שמשוואותיהם:

$$x = a$$

$$x = a + \frac{\pi}{2}$$

$$0 < a < \frac{\pi}{2}$$

$S_1$  הוא השטח המוגבל על ידי שני

הישרים, על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$

ועל ידי ציר ה- $x$  (השטח המקווקו בציור).

$S_2$  הוא סכום של שני שטחים, שכל אחד מהם מוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ ,

על ידי אחד הישרים ועל ידי ציר ה- $x$  (סכום השטחים המנוקדים בציור).

מצא עבור איזה ערך של  $a$  היחס  $\frac{S_1}{S_2}$  הוא מקסימלי.

9. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 15}}$

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.

ג. על סמך סעיפים א ו-ב סרטט סקיצה של גרף הפונקציה, אם נתון כי הפונקציה יורדת בכל תחום שבו היא מוגדרת.

ד. נתון כי הישר  $y = -kx + 8k$ ,  $k > 0$ , אינו חותך את גרף הפונקציה  $f(x)$ .

הישר מחלק את השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי ציר ה- $x$

ועל ידי הישרים  $x = 4$  ו- $x = 8$ , לשני שטחים שווים.

מצא את הערך של  $k$ .

### בהצלחה!