

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תכנית ניסוי

(שאלון ראשון לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
- | | | | | | | |
|-----------|---|----------------------------|---|--------------------------|---|------------------------|
| פרק ראשון | – | אלגברה והסתברות | – | $16\frac{2}{3} \times 2$ | – | $33\frac{1}{3}$ נקודות |
| פרק שני | – | גאומטריה וטריגונומטריה | – | $16\frac{2}{3} \times 2$ | – | $33\frac{1}{3}$ נקודות |
| פרק שלישי | – | חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי | – | $16\frac{2}{3} \times 2$ | – | $33\frac{1}{3}$ נקודות |
| | – | במישור | – | סה"כ | – | 100 נקודות |
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
 - (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
 - (3) הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. במפעל לייצור מחשבוניים עובדים פועלים ותיקים ופועלים חדשים. פועל ותיק ופועל חדש התבקשו להרכיב מחשבוניים. לו פועל ותיק היה עובד $\frac{1}{3}$ מהזמן שנדרש לעובד חדש לבצע לבד עבודה זו, ופועל חדש היה עובד $\frac{1}{3}$ מהזמן שנדרש לעובד ותיק לבצע לבד עבודה זו, אז יחד הם היו מבצעים $\frac{13}{18}$ מעבודה זו. פועל ותיק מבצע לבד את העבודה במספר שעות קטן יותר מזה הדרוש לפועל חדש.

א. מצא פי כמה גדול מספר השעות הדרוש לפועל חדש לבצע לבד את העבודה, ממספר השעות הדרוש לפועל ותיק לבצע לבד את העבודה.

ב. נתון כי פועל ותיק מרכיב 9 מחשבוניים בשעה. בצוות עבודה יש פועל אחד חדש ושני פועלים ותיקים. מצא בכמה שעות הצוות מרכיב 168 מחשבוניים.
2. נתונה סדרה הנדסית אין-סופית יורדת. כל איבר בסדרה זו קטן פי 2 מסכום כל האיברים שאחריו. סכום הסדרה ההנדסית הנתונה הוא 4. מצא את סכום כל האיברים שאחרי האיבר העשירי בסדרה.

3. בחברת תקשורת גדולה נבדקו הרגלי הצפייה של הלקוחות. נמצא כי מספר הלקוחות שצופים בערוצי אקטואליה גדול פי 4 ממספר הלקוחות שאינם צופים בהם. $\frac{5}{6}$ מהלקוחות שצופים בערוצי סרטים, צופים בערוצי אקטואליה. 75% מהלקוחות שאינם צופים בערוצי סרטים, צופים בערוצי אקטואליה. בוחרים באקראי לקוח מבין הלקוחות שהרגלי הצפייה שלהם נבדקו. ההסתברות שהוא צופה בערוצי סרטים היא P.

א. (1) הבע באמצעות P את ההסתברות שהלקוח שנבחר צופה בערוצי סרטים וגם בערוצי אקטואליה.

(2) מצא את P.

ב. (1) נמצא שהלקוח שנבחר אינו צופה בערוצי סרטים.

מהי ההסתברות שהוא אינו צופה בערוצי אקטואליה?

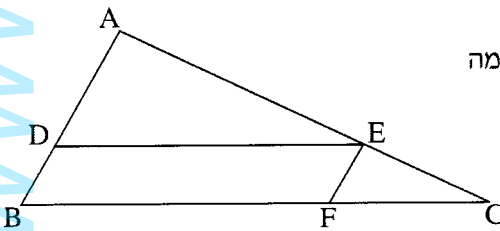
(2) מבין הלקוחות שאינם צופים בערוצי סרטים בחרו באקראי 5 לקוחות.

מהי ההסתברות שלפחות 1 מהם צופה בערוצי אקטואליה?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



4. נתון משולש ABC. הנקודות E, D ו-F הן נקודות על הצלעות AC, AB ו-BC בהתאמה

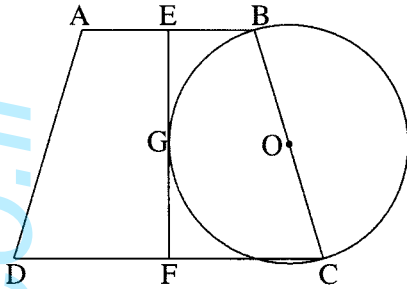
כך ש- $DE \parallel BC$ ו- $FE \parallel AB$ (ראה ציור).

א. נתון: שטח המשולש ADE הוא S_1 ,

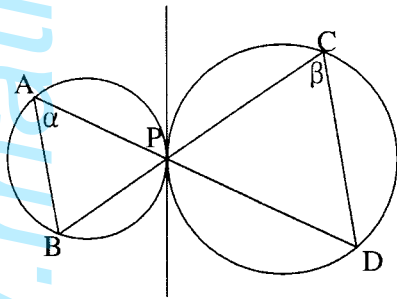
שטח המשולש EFC הוא S_2 .

הבע באמצעות S_1 ו- S_2 את היחס $\frac{BF}{FC}$. נמק.

ב. הוכח כי שטח המשולש BEF שווה ל- $\sqrt{S_1 \cdot S_2}$.



5. נתון טרפז שווה-שוקיים ABCD .
 ($AB \parallel CD$, $AB < CD$) .
 הנקודות E ו- F הן אמצעי הצלעות AB ו- CD בהתאמה (ראה ציור).
 א. הוכח כי EF מאונך ל- CD .
 ב. על BC כקוטר בנו מעגל שמרכזו O .
 נתון כי EF משיק למעגל בנקודה G (ראה ציור).
 הוכח: $EB + FC = 2GO$.
 ג. נתון: $\angle GCB = \alpha$, $BC = 2R$. רדיוס המעגל R .
 הבע את גובה הטרפז ABCD באמצעות α ו- R .



6. לשני מעגלים יש משיק משותף .
 המשיק לשניהם בנקודה P .
 נקודות C ו- D נמצאות על מעגל אחד ונקודות A ו- B נמצאות על המעגל האחר כך שהקטעים AD ו- CB נפגשים בנקודה P (ראה ציור).
 נתון: רדיוס המעגל העובר דרך הנקודות C , D ו- P הוא 4.5 ס"מ,
 $\frac{CD}{AB} = \frac{3}{2}$, $\angle BAP = \alpha$, $\angle DCP = \beta$.
 א. מצא את רדיוס המעגל העובר דרך הנקודות A , B ו- P .
 ב. הבע באמצעות α ו- β את אורך הקטע BD .
 ג. אם נתון גם כי $\frac{PD}{PB} = \frac{3}{2}$, הראה כי $BD = 3 \sin \alpha \cdot \sqrt{1 + 24 \sin^2 \alpha}$.
 (α ו- β הן זוויות חדות.)

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות
ושל פונקציות טריגונומטריות** (33 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{ax}{\sqrt{x^2 - a^2}}$. a הוא פרמטר שונה מאפס.

א. עבור $a > 0$ מצא (הבע באמצעות a במידת הצורך):

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.

(3) תחומי עלייה וירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).

(4) נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה עבור $a > 0$.

ג. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - a$, $a > 0$.

(1) מה הן האסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$? (הבע באמצעות a במידת הצורך).

(2) מה הם הערכים שהפונקציה $g(x)$ יכולה לקבל?

(הבע באמצעות a במידת הצורך).

8. נתונה הפונקציה $f(x) = \cos(x^2 - 2x)$ בתחום $-0.5 \leq x \leq 2.5$.

א. בתחום הנתון מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

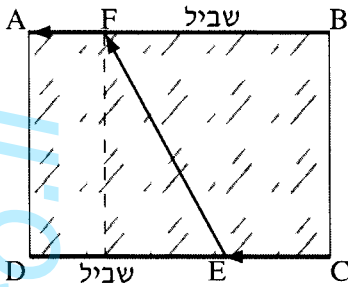
ב. בתחום הנתון סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. בתחום $0 \leq x \leq 2$ מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$

ועל ידי ציר ה- x .

תוכל להיעזר בסקיצה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

בתשובותיך דייק במידת הצורך עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.



9. נתונה מדשאה בצורת מלבן ABCD .

לאורך צלעות המלבן BA ו- CD יש שבילי הליכה.

אורך הצלע BA הוא 0.4 ק"מ ,

ואורך הצלע BC הוא 0.3 ק"מ.

אדם עומד בקדקוד C של המדשאה ורוצה להגיע

לקדקוד A . הוא הולך לאורך הקטע CE שעל השביל CD ,

אחר כך הולך לאורך הקטע EF שעל המדשאה וממשיך לאורך הקטע FA

שעל השביל BA (ראה ציור).

האדם הולך במהירות של 6 קמ"ש לאורך השבילים,

ועל המדשאה הוא הולך במהירות של 4 קמ"ש.

מה צריך להיות אורך הקטע EF , כדי שהאדם יגיע ל- A בזמן הקצר ביותר?

בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך