

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תכנית ניסוי

(שאלון ראשון לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
פרק ראשון – אלגברה והסתברות – $16 \frac{2}{3} \times 2$ – $33 \frac{1}{3}$ נקודות
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי – $16 \frac{2}{3} \times 2$ – $33 \frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמסגיחים.
שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות $(33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. שני צינורות, צינור I וצינור II, ממלאים יחד במים את כל הנפח של בִּרְכָה במשך 6 שעות.

(קצב הזרמת המים של כל אחד מהצינורות אינו משתנה.)

יום אחד, צינור I מילא לבדו רבע מנפח הברכה, וצינור II מילא לבדו עוד רבע מנפח

הברכה, וכך התמלא חצי מנפח הברכה במשך m שעות.

א. (1) הבע באמצעות m את הזמן הדרוש לצינור I למלא את כל נפח הברכה לבדו.

(2) מצא עבור איזה ערך של m יש פתרון אחד לבעיה.

ב. נתון כי כאשר כמות המים בברכה היא 70% מנפח הברכה, צינור I ממלא לבדו את

נפח הברכה הנותר במשך 3 שעות.

מצא את m במקרה זה.

2. נתונה המשוואה $x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0$, $m \neq 0$.

א. עבור אילו ערכים של m יש למשוואה שני פתרונות שונים?

א-ר α הם שני פתרונות שונים של המשוואה.

ב. (1) הוכח כי β , $m+1$, α הם שלושה איברים עוקבים בסדרה חשבונית.

(2) הוכח כי β , m , α הם שלושה איברים עוקבים בסדרה הנדסית.

ג. הראה כי $\alpha > 0$ וגם $\beta > 0$.

3. בוחרים באקראי 3 אנשים מעיר גדולה. ההסתברות ששלושתם הם בעלי השכלה גבוהה היא 0.064.

ההסתברות לבחור באקראי אדם שמרכיב משקפיים מבין בעלי השכלה גבוהה בעיר קטנה פי 2 מההסתברות לבחור באקראי אדם שמרכיב משקפיים מבין אלו שאינם בעלי השכלה גבוהה.

א. ידוע שאדם מהעיר מרכיב משקפיים.

מהי ההסתברות שהוא בעל השכלה גבוהה?

ב. בוחרים באקראי 4 אנשים מבין תושבי העיר שאינם בעלי השכלה גבוהה.

ההסתברות שארבעתם אינם מרכיבים משקפיים היא $\frac{81}{256}$.

מהי ההסתברות שאדם בעיר מרכיב משקפיים והוא גם בעל השכלה גבוהה?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

4. במעגל שמרכזו O חסום מרובע ABCD.

DC הוא קוטר.

המשכי הצלעות DA ו- CB נפגשים בנקודה E

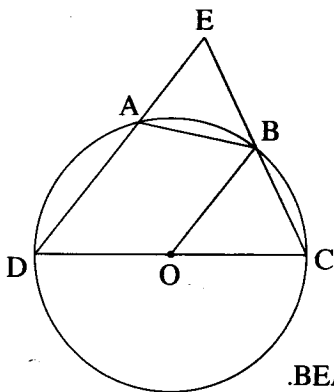
(ראה ציור).

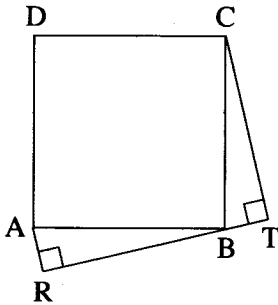
נתון: $\angle BOC = \alpha$, $OB \parallel DE$.

א. הבע באמצעות α את $\angle ABO$.

ב. נתון כי שטח המשולש OBC שווה לשטח המשולש BEA.

הוכח כי $\triangle OBC \cong \triangle BEA$.





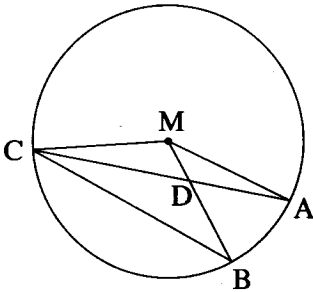
5. נתון ריבוע ABCD.

דרך הקדקוד B העבירו ישר TR.

AR ו-CT מאונכים לישר זה (ראה ציור).

א. הוכח כי $AR + CT = TR$.

ב. הבע את שטח המרובע ACTR באמצעות TR.



6. A, B ו- C הן נקודות על מעגל שמרכזו M.

AC ו- BM נחתכים בנקודה D (ראה ציור).

נתון: $\angle CBM = 2\angle ACB$;

שטח המשולש CBD גדול פי 1.5

משטח המשולש CDM.

חשב את $\angle CBM$.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ופונקציות

טריגונומטריות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה – 16 $\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{(x-b)^2}{x^2-4}$, $b > 2$.

א. מצא (הבע באמצעות b במידת הצורך):

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה, ואת האסימפטוטות שלה המקבילות לצירים.

(2) את השיעורים של נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

(3) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

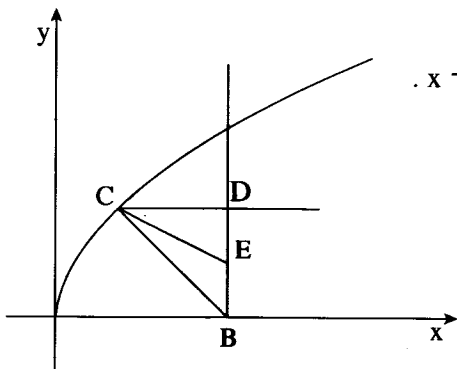
ג. על פי הסקיצה של גרף הפונקציה, מצא את התחום שבו

פונקציית הנגזרת $f'(x)$ שלילית וגם פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$ שלילית,

אם ידוע כי ל- $f(x)$ יש נקודת פיתול אחת בלבד. נמק.

8. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2 \cos^2(\frac{x}{2}) - 1}{2 \cos^2(\frac{x}{2})}$ בתחום $-3\pi \leq x \leq 3\pi$.

- א. הראה כי הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.
 ב. מצא את האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה בתחום הנתון.
 ג. לפונקציה יש שלוש נקודות מקסימום בתחום הנתון. מצא את השיעורים של נקודות אלה.
 ד. העבירו ישר דרך נקודות המקסימום של הפונקציה. מצא בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$ את השטח המוגבל על ידי הישר, על ידי גרף הפונקציה, על ידי שתי האסימפטוטות של הפונקציה ועל ידי ציר ה- x .



9. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{ax}$, $a > 0$.
 מנקודה $B(b, 0)$ ($b > 0$) העבירו אנך לציר ה- x .
 C היא נקודה כלשהי על גרף הפונקציה $f(x)$.
 מנקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה- x וחותך את האנך בנקודה D .
 הנקודה E היא אמצע הקטע BD .
 נתון כי עבור $C(2, 4)$ שטח המשולש CBE הוא מקסימלי.
 מצא את הערך של a ואת הערך של b .

בהצלחה!