

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: חורף תשס"ט, 2009
מספר השאלון: 307,035007
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

שאלון ז'

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעותיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים – $33\frac{1}{3} \times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני – מספרים מרוכבים,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים (66 $\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונות שתי פרבולות: I. $y^2 = 2px$ II. $y^2 = px$ $p > 0$

ישר $y = mx$ ($m > 0$) חותך את הפרבולה I בנקודה A, ואת הפרבולה II בנקודה B.

(A ו- B אינן בראשית הצירים.)

א. הוכח כי המשיק לפרבולה I בנקודה A מקביל למשיק לפרבולה II בנקודה B.

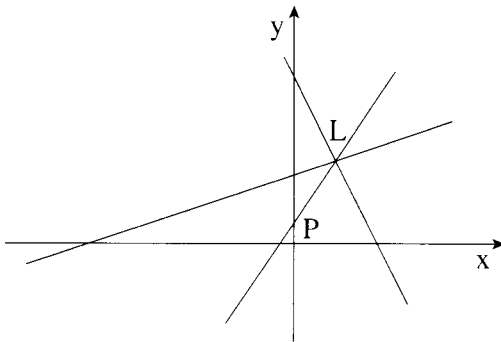
ב. המשיק לפרבולה I בנקודה A חותך את המדריך של פרבולה I בנקודה C.

והמשיק לפרבולה II בנקודה B חותך את אותו מדריך בנקודה D.

מצא את m , אם נתון כי היחס בין שטח המשולש DCA לשטח המשולש DCB

הוא 1.5.

(הערה: אין צורך להשתמש בעובדה שהמשיקים מקבילים.)



2. נתונים שני ישרים:

I. $2x + y - 8 = 0$

II. $x - 3y + 10 = 0$

הישרים נפגשים בנקודה L.

דרך הנקודה L עובר ישר החותך

את ציר ה-y בנקודה P (ראה ציור),

ומשוואתו היא $(2+k)x - 2y - 8 + 10k = 0$, k הוא פרמטר.

דרך הנקודה P עובר ישר נוסף החותך את הישר I בנקודה A ואת הישר II בנקודה B,

כך ש-P היא אמצע הקטע AB.

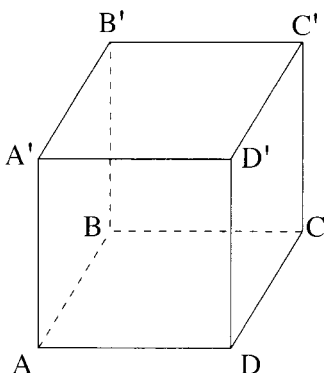
א. מצא את גודל הזווית שבין הישר העובר דרך הנקודות A ו-B ובין הכיוון החיובי

של ציר ה-x.

ב. דרך הנקודה B עובר עוד ישר. ישר זה חותך את ציר ה-x בנקודה C, ושיפועו

חיובי. שטח המשולש ABC הוא 8.5. AB הוא קוטר במעגל.

האם הישר BC משיק למעגל זה? נמק.



3. נתונה הקובייה $A'B'C'D'ABCD$ (ראה ציור).

הפאה $A'B'BA$ נמצאת במישור $2x - y + 2z = 4$.

הפאה $B'C'CB$ נמצאת במישור $2y + z = 0$.

שיעורי הקדקוד A' הם $(2, -2, z)$.

א. מצא את משוואת המישור שעליו מונחת

הפאה $A'B'C'D'$.

ב. הקדקוד $A'(2, -2, z)$ הוא מרכז של מעגל.

המעגל עובר דרך הקדקוד B' ודרך הקדקוד D' .

(1) הראה כי שיעורי הקדקוד B' הם $(2, 0, 0)$.

(2) מצא הצגה פרמטרית של ישר המשיק למעגל זה בקדקוד B' .

המשיק נמצא במישור של המעגל.

פרק שני – מספרים מרוכבים,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. א. פתור את המשוואה $2 \ln 2 + (1 + \frac{1}{2x}) \ln 3 = \ln(3^x + 27)$

ב. נתונה המשוואה $(mi + 4)z^2 + (m - 4i)z - 2 = 0$, m הוא פרמטר.

z ו- m הם מספרים מרוכבים.

(1) מצא עבור איזה ערך של m יש למשוואה פתרון יחיד.

(2) מצא את הפתרון היחיד של המשוואה.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

5. א. נתונה הפונקציה $f(x) = \ln \frac{1-x}{1+x}$

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) הראה כי לפונקציה $f(x)$ אין נקודות קיצון.

ב. נתונה גם הפונקציה $g(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$

(1) מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגה.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ג. חשב את השטח ברביע הרביעי המוגבל על ידי הישר $y = 2x - 1$,

ועל ידי גרף הפונקציה $g(x)$ $x = \frac{1}{2}$.

בהצלחה!