

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים

ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים

מועד הבחינה: קיץ תשס"ט, 2009

מספר השאלון: 307, 035007

נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד

## מתמטיקה

## שאלון ז'

## הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים –  $33\frac{1}{3} \times 2$  –  $66\frac{2}{3}$  נקודות  
 פרק שני – מספרים מרוכבים,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות –  $33\frac{1}{3} \times 1$  –  $33\frac{1}{3}$  נקודות

סה"כ – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

## ה ש א ל ו ת

**שים לב!** הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים** ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה –  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. א. שניים מקדודי משולש ABC הם:  $B(0, -2)$ ,  $C(0, 6)$ .

חוצה-זווית A חותך את הצלע BC בנקודה  $(0, 0)$ .

(קדקוד A אינו נמצא על ציר ה- $y$ .)

מצא את משוואת המקום הגאומטרי של הנקודות האפשריות עבור קדקוד A.

ב. האם אפשר לחסום מלבן שהיקפו 12, במקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת

בסעיף א? נמק.

(שים לב: קדקודי המלבן מונחים על המקום הגאומטרי.)

2. א. נתון ישר שמשוואתו  $3y = 4x + 20$ .

הישר מאונך לאחת האסימפטוטות של ההיפרבולה, ועובר דרך המוקד השמאלי של

ההיפרבולה.

מצא את משוואת ההיפרבולה.

ב. מצא את השיעורים של הנקודות על ההיפרבולה המקיימות: מרחק כל נקודה מאחד

המוקדים של ההיפרבולה גדול פי 2 מהמרחק מהמוקד האחר.

בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית, במידת הצורך.

3. מקבילית ABCD מונחת על מישור  $\pi$  שהצגתו הפרמטרית היא

$$\underline{x} = (6, -2, -5) + t(2, -2, -1) + k(-6, 2, -1)$$

שלושה מקדוקדי המקבילית הם:  $A(4, 0, z)$ ,  $B(2, 2, -3)$ ,  $C(-2, 2, -5)$ .

א. מצא את שיעורי הקדקוד D.

ב. ישר המאונך למישור  $\pi$  עובר דרך הקדקוד D.

נקודה E נמצאת על ישר זה.

הקטע AE מונח על הישר  $\underline{x} = (4, 0, -4) + r(3, -2, 4)$ .

מצא את שטח המשולש AED.

בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

### פרק שני – מספרים מרוכבים,

#### פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות $(33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

**שים לב!** אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. א. נתונה הנגזרת של הפונקציה  $f(x)$ :  $f'(x) = \frac{6x}{4\sqrt{x^2+t}}$ . t הוא פרמטר.

המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $x=3$  מאונך לישר  $\sqrt{5}x + 18y = 0$ .

הערך של הפונקציה  $f(x)$  בנקודת הקיצון שלה הוא 10.

מצא את הפונקציה  $f(x)$ .

ב. z הוא מספר מרוכב, והביטוי  $\frac{z-1}{z+1}$  הוא מספר מדומה.

הוכח כי z נמצא על מעגל היחידה.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

5. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{e^x}{e^x + b}$ ,  $b$  הוא פרמטר גדול מ-0.

- א. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
- ב. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).
- ג. הבע באמצעות  $b$  את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
- ד. נתון כי לפונקציה יש נקודת פיתול אחת. הראה כי:

(1) שיעור ה- $y$  של נקודת הפיתול של הפונקציה אינו תלוי ב- $b$ .

(2) שיפוע המשיק בנקודת הפיתול אינו תלוי ב- $b$ .

ה. סרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה עבור:

$$b = e \quad (1)$$

$$b = \frac{1}{e} \quad (2)$$

סמן את הגרפים במספרים (1) ו-(2) בהתאמה.

ו. העבירו משיק בנקודת הפיתול לפונקציה שעבורה  $b = e$ ,

והעבירו משיק בנקודת הפיתול לפונקציה שעבורה  $b = \frac{1}{e}$ .

מצא את שטח המרובע הנוצר על ידי שני המשיקים, על ידי ציר ה- $x$

ועל ידי ישר העובר דרך שתי נקודות הפיתול.

## בהצלחה!