

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים
מועד הבחינה: תשס"ח, מועד ב
מספר השאלון: 306, 035006
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

שאלון ו'

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעותיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – אלגברה – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות

פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי,

טריגונומטריה – $33\frac{1}{3} \times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות

סה"כ – 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר

החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמסגיחים.

שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1. במפעל לעיבוד מתכת יש שתי מכונות המייצרות ברגים, מכונה I ומכונה II.

המפעל קיבל הזמנה לברגים.

שתי המכונות עבדו יחד, וסיימו את ההזמנה ב- 30 שעות.

אם מכונה I תייצר 30% מהכמות שהיא ייצרה עבור ההזמנה,

ומכונה II תייצר $26\frac{2}{3}\%$ מהכמות שהיא ייצרה עבור ההזמנה,

ייצרו המכונות בסך הכול 480 ברגים.

אם מכונה I תייצר $\frac{2}{3}$ מהכמות שייצרה מכונה II עבור ההזמנה,

ומכונה II תייצר 0.3 מהכמות שייצרה מכונה I עבור ההזמנה,

תעבוד מכונה II במקרה זה 3 שעות פחות ממכונה I.

מצא כמה ברגים בשעה מייצרת כל אחת מהמכונות. (קצב העבודה של כל אחת מהמכונות

קבוע.)

2. א. נתונה סדרה המוגדרת לכל n טבעי על ידי $a_n = 1 - \frac{1}{n^2}$.

הוכח באינדוקציה או בדרך אחרת כי לכל n טבעי מתקיים:

$$a_{n+1} \cdot a_{n+2} \cdot a_{n+3} \cdot \dots \cdot a_{2n} = \frac{2n+1}{2n+2}$$

ב. נסמן: $T_n = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n$

$$\frac{T_{2n}}{T_n} = \frac{201}{202} \quad \text{נתון:}$$

מצא את n .

פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה (66 $\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

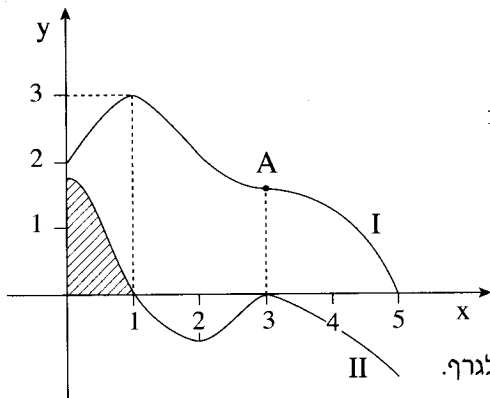
3. נתונה הפונקציה $y = 2x^2 - \frac{a^3}{2x}$

א. עבור $a > 0$ מצא (הבע באמצעות a במידת הצורך):

- (1) את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים (אם יש כאלה).
- (2) את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
- (3) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.
- (4) את תחומי הקעירות של הפונקציה כלפי מעלה \cup וכלפי מטה \cap .

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה עבור $a > 0$.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה עבור $a < 0$. הסבר את שיקוליך בסרטוט הגרף.



4. בציור שלפניך מוצגים הגרפים I ו-II

בתחום $0 \leq x \leq 5$.

אחד הגרפים הוא סקיצה של הפונקציה $f(x)$

והאחר של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

א. איזה גרף, I או II, הוא של

הפונקציה $f(x)$? נמק.

ב. בנקודה A שעל גרף I העבירו משיק לגרף.

מהו שיפוע המשיק? נמק.

ג. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f''(x)$ בתחום $0 \leq x \leq 5$, אם נתון כי

שיפוע הישר, המשיק לגרף II בנקודה שבה $x = 0$, הוא אפס.

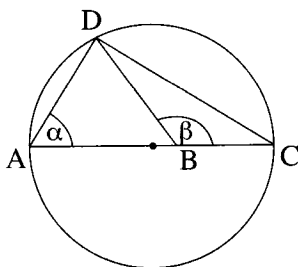
הסבר את שיקוליך בסרטוט הגרף.

(2) מה הם שיעורי ה- x של נקודות הפיתול של $f(x)$ בתחום $0 < x < 5$?

נמק.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף II, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y

(השטח המקווקו בציור). השתמש בערכים שעל ציר ה- y בציור.



5. קטע AC הוא קוטר במעגל. נקודה D נמצאת על מעגל זה,

ונקודה B נמצאת על הקוטר AC (ראה ציור).

נסמן: $\angle DBC = \beta$, $\angle DAB = \alpha$.

א. הבע באמצעות α ו- β את היחס בין

שטח המשולש ADB $(S_{\triangle ADB})$

לבין שטח המשולש ADC $(S_{\triangle ADC})$.

ב. מצא את β , אם $S_{\triangle ADB} = \frac{1}{2} S_{\triangle ADC}$ ו- $\alpha = 60^\circ$.

בהצלחה!