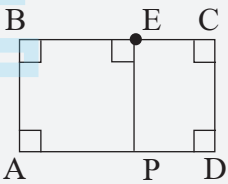
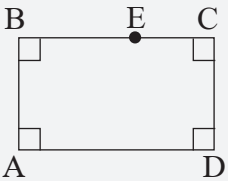
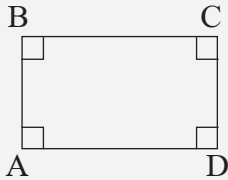


גיאומטריה - מלבן מיוחד - ריבוע

(נושא זה הוא הרחבה של הפרק "מלבן מיוחד - ריבוע" המופיע בספר "מתמטיקה לכיתה ז' - חלק א' " עמ' 161-162)



במשימה מס' 24 הזכרנו את המלבן המיוחד הנקרא "ריבוע".

בפרק זה נרחיב את הנושא לגבי הריבוע.

נתבונן תחילה במלבן ABCD ונחזור על התכונות שלמדנו עליו עד לכאן.

- כל ארבע הזוויות במלבן הן ישרות.
- הצלעות הנגדיות במלבן שוות זו לזו: $AB=DC$ ו- $BC=AD$.
- הצלעות הנגדיות במלבן מקבילות זו לזו: $BC \parallel AD$ ו- $AB \parallel DC$.

נבצע את הפעולות הבאות:

א. על הצלע BC של המלבן נקצה קטע BE, השווה באורכו

לצלע AB, כלומר: $BE=AB$.

ב. דרך הנקודה E נעביר ישר k המאונך לצלע BC.

נסמן ב-P את נקודת החיתוך של הישר k עם הצלע AD.

ג. נתבונן במרובע שנוצר ABEP.

- $\sphericalangle A$ ו- $\sphericalangle B$ הן זוויות ישרות, כי הן זוויות במלבן ABCD.
- $\sphericalangle BEP$ היא ישרה לפי הבנייה $k \perp BC$.
- $\sphericalangle APE$ היא ישרה, כי אם במרובע יש שלוש זוויות ישרות, אזי גם הזווית הרביעית היא ישרה.

מכאן ניתן לקבוע חד-משמעית, שהמרובע ABEP הוא מלבן, ולכן כל תכונות המלבן מתקיימות בו. כלומר:

- הצלעות הנגדיות שוות: $AB=PE$ ו- $BE=AP$.
- הצלעות הנגדיות מקבילות: $BE \parallel AP$ ו- $AB \parallel PE$.

עד כאן התכונות של ABEP זהות לחלוטין לתכונות של ABCD; אך למלבן ABEP יש תכונה מיוחדת,

שאין למלבן ABCD. כאשר יצרנו את המלבן ABEP, הקצינו קטע BE השווה לצלע AB, כלומר

במלבן ABEP יש תכונה נוספת מעבר למה שפירטנו במלבן ABCD, והיא: קיים זוג של צלעות סמוכות השוות זו לזו, כלומר $AB=BE$. בנוסף: הצלעות הנגדיות שוות (תכונה כללית במלבן), כלומר: $AB=PE$

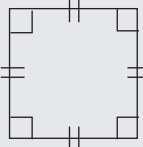
ו- $BE=AP$. לכן ניתן להסיק שבמלבן ABEP, התכונה המיוחדת היא **שכל ארבע צלעותיו שוות זו לזו:**


$$AB=BE=EP=AP$$

לסיכום:


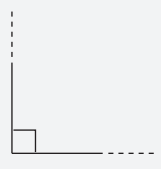
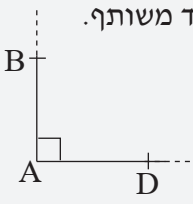
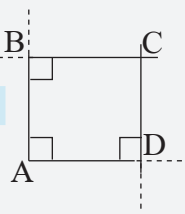
בהבדל ממלבן ABCD, שבו רק הצלעות הנגדיות שוות זו לזו, במלבן ABEP כל הצלעות שוות זו לזו.

מלבן מיוחד זה נקרא "ריבוע".





מלבן, שכל צלעותיו שוות זו לזו, הוא ריבוע.
כלומר:
מרובע בעל ארבע זוויות ישרות וארבע צלעות,
השוות זו לזו, הוא ריבוע.

כיצד נבנה ריבוע על-פי צלע נתונה?
נתון קטע. כיצד נבנה ריבוע שצלעו
שווה באורכה לאורך הקטע הנתון?

א. נסרטט זווית ישרה כלשהי.

ב. באמצעות מחוגה (או כל אמצעי אחר) נעתיק את הקטע הנתון על שוקי הזווית,
כך שהקטע הנתון יהיה על שתי שוקי הזווית, ולשני הקטעים יהיה קצה אחד משותף.

ג. את הקצה המשותף של הקטעים נסמן ב-A,
את הקצה השני של הקטע האחד נסמן ב-B,
ואת הקצה השני של הקטע האחר נסמן ב-D.

ד. בנקודה B נעביר ישר המאונך לקרן AB,
ובנקודה D נעביר ישר המאונך לקרן AD.

ה. נסמן ב-C את נקודת החיתוך של שני הישרים. התקבל ריבוע ABCD.

משימה מס' 25

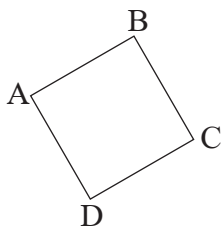
הסבירו מדוע מתקבל ריבוע לפי שלבי בניית הריבוע שתוארו לעיל.

תשובה : בעמ' 23

משימה מס' 26

בעזרת בנייה של זווית אחת ישרה
בנו ריבוע, החופף לריבוע הנתון ABCD.
הסבירו ונמקו את תהליך הבנייה.

תשובה : בעמ' 23



תשובות

25. שלב א'

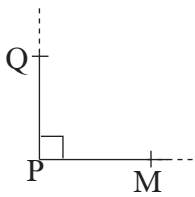
ABCD הוא מלבן שהרי: $\sphericalangle A$ היא ישרה, $\sphericalangle ABC$ ו- $\sphericalangle ADC$ הן ישרות (לפי הבנייה). אם במרובע יש שלוש זוויות ישרות, גם הזווית הרביעית היא ישרה, ולכן המרובע הוא מלבן.

שלב ב'

ABCD הוא ריבוע, שהרי: $AB=AD$ (בנייה), $AB=DC$ ו- $AD=BC$ (הצלעות הנגדיות במלבן שוות), ולכן: $AB=BC=DC=AD$ לפי ההגדרה מרובע, שכל זוויותיו ישרות וכל צלעותיו שוות, הוא ריבוע.

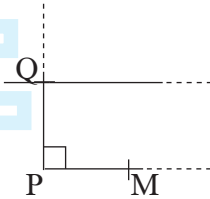
26. שלב א'

נסרטט זווית ישרה שקודקודה בנקודה P. על שוקי הזווית נקצה שני קטעים (כל קטע על שוק אחרת של הזווית) שאורכם כאורך צלע הריבוע. קצות הקטעים יסומנו בעזרת האותיות Q ו-M.



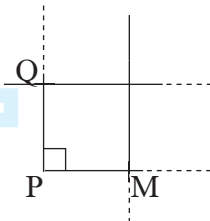
שלב ב'

באמצעות משולש סרטוט וסרגל נסרטט דרך הנקודה Q קו ישר, המקביל לקרן PM.



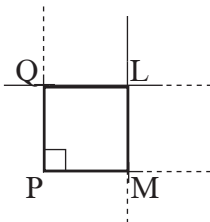
שלב ג'

דרך הנקודה M נסרטט קו ישר המקביל לקרן PQ.



שלב ד'

נסמן ב-L את נקודת החיתוך של שני הישרים.



המרובע PQLM הוא ריבוע, שהרי:

- $\sphericalangle P$ היא ישרה (בנייה).
- $QP \perp PM$ ו- $PM \parallel QL$ לכן $PQ \perp QL$ (ישר, שמאונך לאחד משני ישרים מקבילים, מאונך גם לישר השני). כלומר: $\sphericalangle PQL$ היא ישרה.
- $PM \perp PQ$ ו- $PQ \parallel ML$ לכן $PM \perp ML$ (מאותו נימוק). כלומר: $\sphericalangle PML$ היא ישרה. אם במרובע יש שלוש זוויות ישרות, אזי גם הזווית הרביעית היא ישרה, והמרובע הוא מלבן. $PQ=PM$ (לפי הבנייה). מלבן, שבו זוג צלעות סמוכות שוות, הוא ריבוע.