

## המשתנה - משימת חקר - סיכום

תרגיל מס' 9 - מחלקים ללא שארית

### I. משימה ראשונה: - מחלקים ב-3 ללא שארית

- א. רשמו את 10 המספרים הקטנים ביותר (הגדולים מ-0), המתחלקים ב-3 ללא שארית. סדרו אותם בסדר עולה משמאל לימין.
- ב. נסחו את הקשר בין כל שני איברים סמוכים בסדרה שהתקבלה.
- ג. נסחו את הקשר בין מקום המספר בסדרה לבין המספר עצמו.
- ד. רשמו את האיבר הכללי של הסדרה, כלומר את הקשר בין ערך האיבר שבמקום ה- $n$  למקומו בסדרה.
- ה. חשבו כמה מספרים הקטנים מ-100 (לא כולל 0) מתחלקים ב-3 ללא שארית - בלי לספור אותם אחד לאחד.
- ו. (הדרכה: מצאו את המספר הגדול ביותר הקטן מ-100 והמתחלק ב-3.)  
כמה מספרים הקטנים מ-100 אינם מתחלקים ב-3?

### תשובות:

- א) 3,6,9,12,15,18,21,24,27,30
  - ב) כל איבר גדול ב-3 מהאיבר הקודם לו (החל באיבר השני).
  - ג) למציאת איבר של הסדרה כופלים את מקום האיבר ב-3.
  - ד)  $n \cdot 3$ , כאשר  $n$  הוא מקום האיבר בסדרה.
  - ה) המספר הגדול ביותר הקטן מ-100 ומתחלק ב-3 הוא 99. מקומו בסדרה הוא  $33 (99:3=33)$ .
  - ו) לכן יש בסדרה 33 איברים, המתחלקים ב-3 ללא שארית.  
מ-1 עד 100 (לא כולל 100) יש בסך-הכול 99 מספרים.
- לפי סעיף ה' מתחלקים 33 מספרים מביניהם ב-3 ללא שארית. לכן  $66 (99-33=66)$  מספרים אינם מתחלקים ב-3.

**II. משימה שנייה: מחלקים ב-5 ללא שארית**

- א. רשמו את 5 המספרים הקטנים ביותר (לא כולל 0), המתחלקים ב-5 ללא שארית. סדרו אותם בסדר עולה משמאל לימין.
- ב. נסחו את הקשר בין כל איבר לאיבר שלפניו בסדרה.
- ג. נסחו את הקשר בין מקום המספר בסדרה לבין המספר עצמו.
- ד. רשמו את האיבר הכללי של הסדרה, כלומר את הקשר בין ערך האיבר שבמקום ה- $n$  למקומו בסדרה.
- ה. כמה מספרים הקטנים מ-1000 (לא כולל 0) מתחלקים ב-5 ללא שארית?
- ו. כמה מספרים תלת-ספרתיים מתחלקים ב-5 ללא שארית?
- ז. כמה מספרים תלת-ספרתיים אינם מתחלקים ב-5?

**תשובות:**

- א) 5, 10, 15, 20, 25
- ב) כל איבר גדול ב-5 מהאיבר הקודם לו.
- ג) למציאת איבר של הסדרה כופלים את מקום האיבר ב-5.
- ד)  $n \cdot 5$ , כאשר  $n$  הוא מקום האיבר בסדרה.
- ה) המספר הגדול ביותר הקטן מ-1000 ומתחלק ב-5 הוא 995.  
(קל למצוא, שהרי 1000 מתחלק ב-5! לכן המספר שלפניו המתחלק ב-5 הוא  $995 = 1000 - 5$ .)  
מקומו בסדרה הוא 199  $(199 \cdot 5 = 995)$ .
- ו) נחשב תחילה כמה מספרים מתחלקים ב-5 עד 100. המספר הגדול ביותר הקטן מ-100 ומתחלק ב-5 הוא 95, ומקומו בסדרה הוא 19  $(19 \cdot 5 = 95)$ .  
כלומר: יש 19 מספרים המתחלקים ב-5.
- ז) לפי סעיף ה' יש 199 מספרים בין 1 ל-999 המתחלקים ב-5 ללא שארית, ו-19 מספרים מביניהם אינם תלת-ספרתיים.
- לכן כמות המספרים התלת-ספרתיים המתחלקים ב-5 ללא שארית היא:  $199 - 19 = 180$ .
- יש בסך-הכול 900 מספרים תלת-ספרתיים  $(999 - 100 = 899)$ , ובנוסף המספר 100 כלומר  $900 = 899 + 1$ .
- לפי סעיף ו' יש 180 מספרים תלת-ספרתיים המתחלקים ב-5 ללא שארית.  
לכן 720  $(900 - 180 = 720)$  מספרים אינם מתחלקים ב-5.

III. משימה שלישית: מחלקים ב-3 וב-5 ללא שארית

- לסדרת המספרים שהתקבלה במשימה הראשונה נקרא "סדרה ראשונה".  
 לסדרת המספרים שהתקבלה במשימה השנייה נקרא "סדרה שנייה".
- א. האם לסדרה הראשונה ולסדרה השנייה יש איברים משותפים? אם כן, מהו האיבר המשותף הקטן ביותר?
- ב. אם נעתיק לפי הסדר את האיברים המשותפים לשתי הסדרות הללו, נקבל סדרה חדשה. נקרא לה "סדרה שלישית". נסחו את הקשר בין כל שני איברים סמוכים בסדרה זו.
- ג. רשמו את האיבר הכללי של הסדרה השלישית.
- ד. מהי חוקיות הופעתם של האיברים ה"משותפים" לשתי הסדרות בסדרה הראשונה?
- ה. מהי חוקיות הופעתם של האיברים ה"משותפים" לשתי הסדרות בסדרה השנייה?
- ו. המספר 540 הוא איבר המשותף לשתי הסדרות. מה מקומו של איבר זה בסדרה הראשונה? ומה מקומו בסדרה השנייה?
- ז. האיבר במקום ה-230 בסדרה הראשונה הוא איבר משותף לשתי הסדרות. מה מקומו של איבר זה בסדרה השנייה?
- ח. מה מקומו של איבר משותף בסדרה הראשונה, אם ידוע שהוא נמצא במקום ה-189 בסדרה השנייה?
- ט. הוחלט להפוך את שתי הסדרות הראשונות לסדרות סופיות (כלומר בכל אחת מהן יש מספר סופי כלשהו של איברים), כך ששתיהן יסתיימו באותו איבר המשותף לשתיהן, ובשתי הסדרות יהיו 61 איברים משותפים. מהו האיבר המשותף, שבו מסתיימות שתי הסדרות? וכמה איברים יש בכל אחת מהן, לאחר שהפכנו אותן לסדרות סופיות?

**תשובות:**

- א. כן, 15
- ב.  $15, 30, 45, \dots$ , כל איבר גדול ב-15 מהאיבר הקודם לו.
- ג.  $15 \cdot n$ , כאשר  $n$  הוא מקום האיבר בסדרה.
- ד. כל איבר חמישי בסדרה הראשונה משותף לה ולסדרה השנייה.
- ה. כל איבר שלישי בסדרה השנייה משותף לה ולסדרה הראשונה.
- ו. בסדרה הראשונה:  $3=180$ ; 540, כלומר במקום ה-180.
- ז. בסדרה השנייה:  $5=108$ ; 540, כלומר במקום ה-108.
- ח. בסדרה הראשונה האיבר במקום ה-230 הוא 690  
 $690 = 3 \cdot 230$ . בסדרה השנייה המספר 690 נמצא במקום ה-138 ( $5=138$ ) 650.
- ט. בסדרה השנייה האיבר במקום ה-189 הוא 945:  $(5=945)$  189  
 בסדרה הראשונה המספר 945 נמצא במקום ה-315 ( $3=315$ ) 945.
- ידוע שלשתי הסדרות הסופיות יש 61 איברים משותפים. ניתן למצוא את האיבר שבמקום ה-61 בעזרת האיבר הכללי של הסדרה השלישית, שהוא  $15 \cdot n$ . לכן האיבר הוא  $15 \cdot 61=915$ . המספר 915 נמצא בשתי הסדרות הראשונות, והוא האיבר האחרון המשותף להן.
  - הסדרה הראשונה:  
 מקומו של האיבר האחרון הוא 305 ( $3=305$ ) 915, לכן בסדרה הראשונה (הסופית) יש כעת 305 איברים.  
 הסדרה השנייה:  
 מקומו של האיבר האחרון הוא 183 ( $5=183$ ) 915. לכן בסדרה השנייה (הסופית) יש כעת 183 איברים.